

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО НАУЧНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ  
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем машиноведения  
Российской академии наук  
(ИПМаш РАН)

Одобрено на Ученом совете  
ИПМаш РАН  
Протокол № 5/17

«03» октября 2017 г.

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИПМаш РАН, д.ф.-м.н.



А. К. Беляев

«03» октября 2017 г.

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ «МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА»

Направление подготовки  
**01.06.01 «МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»**

Направленность (профиль) программы:  
**01.02.04 «МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА»**

#### **Квалификация**

Исследователь. Преподаватель-исследователь

#### **Форма обучения:**

очная, заочная

Санкт-Петербург  
2017

## 1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ И ЭТАПЫ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины направлено на формирование у обучающегося следующих универсальных (УК) и профессиональных (ПК) компетенций:

УК-1: способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях;

ПК-16: способность создавать математические модели механических систем, свободно применять прикладные методы классической механики и методы механики сплошных сред к их расчету и исследованию;

ПК-17: способность обладать цельным представлением о современном состоянии и достижениях рациональной механики, основных математических и физических наук.

Этапы формирования компетенций в процессе изучения дисциплины.

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего учебного года по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В результате изучения дисциплины «Механика деформируемого твердого тела» обучающийся должен

### **Знать:**

- вариационные формулировки задач механики деформируемого твердого тела;
- вычислительные алгоритмы, основанные на вариационных принципах;
- принципы построения механических моделей;
- законы природы, лежащие в фундаменте вариационных методов;
- методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях.

### **Уметь:**

- ставить и решать вариационные задачи в механике деформируемых тел;
- оперировать основными теоретическими понятиями курса;
- применять методы вариационного исчисления в механике деформируемых тел и в теории оболочек;

- выполнять необходимые расчетные задания при помощи набора специальных методов;
- анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов;
- при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации, исходя из наличных ресурсов и ограничений.

#### **Владеть:**

- навыками решения задач о минимизации или максимизации некоторых параметров систем;
- навыками работы с научной литературой;
- основами методологии научного познания и системного подхода при изучении различных уровней организации материи, информации, пространства и времени;
- навыками построения и анализа математических моделей и расчетных схем механических систем;
- навыками работы с научной литературой;
- навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях;
- навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях.

## **2. ТЕКУЩАЯ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

### **Текущая аттестация аспирантов.**

Текущая аттестация аспирантов проводится в соответствии с локальным актом ИПМаш РАН – Положением о текущей аттестации в аспирантуре ИПМаш РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине проводится в форме опроса, а также оценки вопроса-ответа в рамках участия обучающихся в обсуждениях и различных контрольных мероприятиях по оцениванию фактических результатов обучения, осуществляемых преподавателем, ведущим дисциплину.

Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина – активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость занятий;

- степень усвоения теоретических знаний и уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы, проводимых в рамках семинаров и самостоятельной работы.

Оценивание обучающегося на занятиях осуществляется с использованием нормативных оценок по 5-ти бальной системе (5 – отлично, 4 – хорошо; 3 – удовлетворительно, 2 - неудовлетворительно).

### **Промежуточная аттестация аспирантов.**

Промежуточная аттестация аспирантов по дисциплине проводится в соответствии с локальным актом ИПМаш РАН – Положением о промежуточной аттестации в аспирантуре ИПМаш РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в форме зачета в период летней зачетно-экзаменационной сессии и в форме экзамена в период зимней сессии. Обучающийся допускается к экзамену в случае выполнения всех учебных заданий и мероприятий, предусмотренных программой учебной дисциплины. В случае наличия учебной задолженности (пропущенных занятий и (или) невыполненных заданий) аспирант обрабатывает пропущенные занятия и выполняет задания.

Оценивание обучающегося на промежуточной аттестации в форме зачета осуществляется с использованием нормативных оценок – *зачтено / не зачтено*.

### **Оценивание аспиранта на промежуточной аттестации в форме зачета**

Оценка зачета (нормативная)	Требования к знаниям и критерии выставления оценок
<i>Зачтено</i>	<p>Аспирант при ответе</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- демонстрирует в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач;</li> <li>- демонстрирует в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение технологий критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач;</li> <li>- демонстрирует в целом успешные, но содержащие отдельные пробелы анализ альтернативных вариантов решения исследовательских задач и оценку потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов;</li> <li>- демонстрирует в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение при решении исследовательских и практических задач генерировать</li> </ul>

	<p>идеи, поддающиеся операционализации, исходя из наличных ресурсов и ограничений</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- демонстрирует сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных.</li> </ul>
<i>Не зачтено</i>	<p>Аспирант при ответе</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- фрагментарно применяет навыки анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач;</li> <li>- фрагментарно применяет технологии критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач;</li> <li>- демонстрирует частично освоенное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов;</li> <li>- демонстрирует частично освоенное умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации, исходя из наличных ресурсов и ограничений;</li> <li>- показывает фрагментарные знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач.</li> </ul>

### **Оценивание аспиранта на промежуточной аттестации в форме экзамена**

Оценивание обучающегося на промежуточной аттестации в форме экзамена осуществляется с использованием нормативных оценок по 5-ти бальной системе (5 – отлично, 4 – хорошо; 3 – удовлетворительно, 2 - неудовлетворительно).

Оценка экзамена (нормативная)	Требования к знаниям и критерии выставления оценок
<i>Отлично</i>	<p>Аспирант при ответе</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- успешно и систематически применяет навыки анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях;</li> <li>- успешно и систематически применяет технологии критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач;</li> <li>- демонстрирует сформированное умение анализировать</li> </ul>



	<p>альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- демонстрирует сформированное умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации, исходя из наличных ресурсов и ограничений;</li> <li>- демонстрирует сформированные систематические знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных.</li> </ul>
<i>Хорошо</i>	<p>Аспирант при ответе</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- демонстрирует в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач;</li> <li>- демонстрирует в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение технологий критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач;</li> <li>- демонстрирует в целом успешные, но содержащие отдельные пробелы анализ альтернативных вариантов решения исследовательских задач и оценку потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов;</li> <li>- показывает в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации, исходя из наличных ресурсов и ограничений;</li> <li>- сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных.</li> </ul>
<i>Удовлетворительно</i>	<p>Аспирант при ответе</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- демонстрирует в целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач;</li> <li>- демонстрирует в целом успешное, но не систематическое применение технологий критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач;</li> <li>- в целом успешно, но не систематически осуществляет анализ альтернативных вариантов решения исследовательских и практических задач и оценку</li> </ul>

	<p>потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- показывает в целом успешное, но не систематически осуществляемое умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации, исходя из наличных ресурсов и ограничений</li> <li>- демонстрирует общие, но не структурированные знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач.</li> </ul>
<i>Неудовлетворительно</i>	<p>Аспирант при ответе</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- фрагментарно применяет навыки анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач;</li> <li>- фрагментарно применяет технологии критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач;</li> <li>- демонстрирует частично освоенное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов;</li> <li>- демонстрирует частично освоенное умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации, исходя из наличных ресурсов и ограничений;</li> <li>- демонстрирует фрагментарные знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач.</li> </ul>

### 3. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Самостоятельная работа аспирантов включает следующие виды работ: изучение теоретического (лекционного) материала, самостоятельные исследования и изучение теоретического материала по решению различных задач механики деформируемого твердого тела, выполнение упражнений, подготовка докладов для практических занятий, подготовка к дискуссиям по темам практических занятий.

#### **ФОС: оценочные средства текущего и промежуточного контроля**

##### **Задания для текущего и промежуточного контроля**

##### **Контрольные вопросы для проведения текущего и промежуточного контроля**

#### **Раздел 1. Вариационные принципы в механике.**

Общие сведения о вариационных принципах в механике. Примеры оптимальных механических систем в природе.

## Раздел 2. Вариационная формулировка задачи теплопроводности.

Полная система уравнений и граничных условий теории теплопроводности. Образование функционала теории теплопроводности. Уравнение Эйлера – Лагранжа. Естественные граничные условия в теории теплопроводности.

## Раздел 3. Термодинамическое обоснование вариационного принципа Лагранжа для упругих тел.

Первый и второй законы термодинамики. Формулировки законов термодинамики для упругого тела в целом. Термодинамическое обоснование понятия вариации. Принцип стационарности Лагранжа. Функционал Лагранжа

$$\Phi(\mathbf{u}) = \int_V \rho \psi(\boldsymbol{\varepsilon}) dv - \int_V \rho \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} dv - \int_{S_2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{u} ds.$$

Дополнительные ограничения: в объеме  $V$   $\boldsymbol{\varepsilon} = (\nabla \mathbf{u})^s$ , на части поверхности  $S_1$   $\mathbf{u} = \mathbf{U}$ . Уравнения Эйлера - Лагранжа и граничные условия. Доказательство минимальности вариационного принципа Лагранжа.

## Раздел 4. Вариационный принцип Кастильяно.

Функционал Кастильяно

$$\chi(\boldsymbol{\sigma}) = \int_V \rho \psi(\boldsymbol{\sigma}) dv - \int_{S_2} \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{U} dS.$$

Дополнительные ограничения в объеме  $V$   $\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{K} = 0$ , на части поверхности  $S_2$   $\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{F}$ . Представление свободной энергии  $\psi(\boldsymbol{\sigma})$ . Формулировка расширенного функционала с использованием метода множителей Лагранжа

$$\chi^* = \chi + \int_V \lambda \cdot (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{K}) dv.$$

Варьирование расширенного функционала. Уравнения Эйлера – Лагранжа и граничные условия. Отождествление с уравнениями и граничными условиями теории упругости. Доказательство минимальности вариационного принципа Кастильяно.

## Раздел 5. Смешанный вариационный принцип Рейсснера.

Функционал Рейсснера

$$R(\mathbf{u}, \boldsymbol{\sigma}) = \int_V [\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} - \rho \psi(\boldsymbol{\sigma})] dv - \int_V \rho \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} dv - \int_{S_1} \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{U}) dS - \int_{S_2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{u} ds.$$

Дополнительные ограничения: в объеме  $V$   $\boldsymbol{\varepsilon} = (\nabla \mathbf{u})^s$ . Варьирование функционала Рейсснера. Зависимые и независимые вариации. Уравнения Эйлера – Лагранжа и граничные условия. Доказательство стационарности, но не минимаксности вариационного принципа Рейсснера.

## Раздел 6. Смешанный вариационный принцип Ху-Вашицу.



Функционал Ху – Вашицу

$$H(\mathbf{u}, \boldsymbol{\sigma}) = \int_V [\rho\psi(\boldsymbol{\varepsilon}) - \boldsymbol{\sigma} \cdot \cdot [\boldsymbol{\varepsilon} - (\nabla\mathbf{u})^s] - \rho\mathbf{K} \cdot \mathbf{u}] dV - \int_{S_1} \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{U}) dS - \int_{S_2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{u} dS.$$

Варьирование функционала Ху – Вашицу. Уравнения Эйлера – Лагранжа и граничные условия. Сравнение с полной системой уравнений и граничных условий теории упругости.

### Раздел 7. Смешанный вариационный принцип Ксю-Ли.

Функционал Ксю – Ли

$$X(\mathbf{u}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\sigma}) = \int_V \left[ \boldsymbol{\sigma} \cdot \cdot (\boldsymbol{\varepsilon} + (\nabla\mathbf{u})^s) - 2\rho\psi(\boldsymbol{\varepsilon}) - \rho\psi(\boldsymbol{\varepsilon}) - \rho\mathbf{K} \cdot \mathbf{u} \right] dV - \int_{S_1} \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{U}) dS - \int_{S_2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{u} dS$$

Дополнительных ограничений в этом вариационном принципе не вводится.

Вычисление вариации функционала Ксю – Ли. Исключение зависимых вариаций.

Уравнения Эйлера – Лагранжа и граничные условия. Приведение этих условий к стандартному виду уравнений классической теории упругости. Доказательство неминимальности принципа Ксю – Ли.

### Раздел 8. Термодинамическое обоснование вариационного уравнения для неупругих тел.

Комбинация первого и второго законов термодинамики в применении для деформируемого тела при конечных деформациях. Формулировка вариационного уравнения в нелинейной механике не упруго деформируемых тел. Термодинамическое обоснование понятия вариации.

### Раздел 9. Прямые методы в механике деформируемых тел.

Методы Ритца, Галеркина, Треффтца. Особенности применения прямых методов при наличии и отсутствии вариационных формулировок для функционалов. Использование вариационного уравнения механики деформируемых тел.

Использованные выше обозначения таковы:

$\mathbf{u}$  - вектор перемещений;

$\boldsymbol{\varepsilon}$  - тензор малой деформации;

$\boldsymbol{\sigma}$  - тензор напряжений;

$V$  - объем деформируемого тела;

$\mathbf{K}$  - вектор массовой силы;

$S$  - поверхность деформируемого тела;

$S_1$  - та часть поверхности деформируемого тела, на которой задается перемещение  $\mathbf{U}$  ;

$S_2$  - та часть поверхности деформируемого тела, на которой задается вектор поверхностной нагрузки  $\mathbf{F}$  ;

$\psi(\boldsymbol{\varepsilon})$  - свободная энергия деформируемого упругого материала, выражаемая, как функция деформации;

$\psi(\sigma)$  - свободная энергия деформируемого упругого материала, выражаемая, как функция напряжения.