

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО НАУЧНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ  
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем машиноведения  
Российской академии наук  
(ИПМаш РАН)

Одобрено на Ученом совете  
ИПМаш РАН  
Протокол № 5/17

«03» октября 2017 г.

  
УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИПМаш РАН, д.ф.-м.н.  
А. К. Беляев  
«03» октября 2017 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
«НЕСТАЦИОНАРНЫЕ УПРУГИЕ ВОЛНЫ»**

Направление подготовки  
**01.06.01 «МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»**

Направленность (профиль) программы:  
**01.02.04 «МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА»**

**Квалификация**

Исследователь. Преподаватель-исследователь

**Форма обучения:**

очная, заочная

Санкт-Петербург  
2017

## АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Нестационарные упругие волны» реализуется в рамках **Блока 1** основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института проблем машиноведения Российской академии наук (ИПМаш РАН) для аспирантов очной и заочной форм обучения по направлению подготовки 01.06.01 – «Математика и механика» направленности (профилю) 01.02.04 - «Механика деформируемого твердого тела».

Рабочая программа разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.06.01 – «Математика и механика» (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 июля 2014 года № 866, зарегистрированного в Минюсте Российской Федерации 25 августа 2014 года № 33837, с изменениями и дополнениями от 30 апреля 2015 года и учебным планом программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре по направлению подготовки кадров высшей квалификации 01.06.01 «Математика и механика», направленность (профиль) программы: 01.02.04 «Механика деформируемого твердого тела».

Общая трудоемкость дисциплины «Нестационарные упругие волны» по учебному плану составляет 1 зачетную единицу (36 часов), из них практических (семинарских) занятий – 27 часов, в том числе аудиторных занятий в интерактивной форме – 27 часов, самостоятельной работы – 9 часов, в том числе творческой проблемно-ориентированной самостоятельной работы – 9 часов. Текущая аттестация проводится в соответствии с заданиями и формами контроля, предусмотренными настоящей программой. Промежуточная аттестация осуществляется в период зачетно-экзаменационных сессий. Зачет проводится во втором (весеннем) семестре.

Дисциплина «Нестационарные упругие волны» реализуется на первом курсе, продолжительность обучения – 1 семестр.

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

**Целью** дисциплины «Нестационарные упругие волны» является изучение теории распространения нестационарных упругих волн в сплошных средах.

В результате изучения дисциплины «Нестационарные упругие волны» аспирант должен **знать**:

- теорию обобщенных функций и ее приложения к теории дифференциальных уравнений;
- основные типы волн, распространяющихся в сплошной упругой среде;
- теорию упругих волн, распространяющихся вблизи поверхности среды и экспоненциально затухающие с глубиной, – волны Рэлея, их физические свойства, области их практического применения, траектории движения частиц в волне Рэлея.
- решение задачи о действии локального источника на границе упругого полупространства;
- решение задачи о действии движущейся нагрузки по границе упругого полупространства.

На основании этих знаний слушатель аспирант должен **уметь**:

- квалифицированно оперировать основными теоретическими понятиями курса;
- выяснять физические особенности волновых процессов и представлять решения нестационарных задач в наглядной форме, из которой непосредственно можно получить физические следствия прикладных задач.

Курс «Нестационарные упругие волны» формирует у аспирантов **навыки**:

- построения и анализа математических моделей нестационарных волновых процессов в сплошных средах;
- использования математического аппарата теории обобщенных функций для правильной постановки и решения классических задач прикладного значения в области нестационарных упругих волн;
- работы с научной литературой.

В этой связи необходимо выделить следующие основные **задачи**:

- моделирование действия простейших источников возмущений в неограниченной, полуограниченной средах и в упругом слое;
- исследование отражения плоских волн от границы полупространства;
- изучение волн в полупространстве, возбуждаемых локальным источником возмущений, расположенном на границе полупространства (решение задачи Лэмба);

- решение задачи о действии движущихся нагрузок по границе упругого полупространства и исследование возникающих при этом резонансных волновых явлений.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина «Нестационарные упругие волны» входит в вариативную часть образовательной программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре по направлению 01.06.01 «Математика и механика», реализуемому в ИПМаш РАН.

2.2. Дисциплина «Нестационарные упругие волны» связана с предшествующей подготовкой аспирантов в области математики и механики. Для изучения данной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, сформированные на предыдущих этапах получения высшего образования (бакалавриат и магистратура).

2.3. Дисциплина «Нестационарные упругие волны» служит основой для работы над кандидатской диссертацией, сдачи кандидатского экзамена по специальной дисциплине, а также для развития навыков и умений в дальнейшей профессиональной деятельности.

## 3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Нестационарные упругие волны», направлено на формирование следующих компетенций.

### **3.1. Универсальные компетенции:**

- способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1).

### **3.2. Общепрофессиональные компетенции:**

- способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1);

- готовность к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования (ОПК-2).

### **3.3. Профессиональные компетенции:**

- Способность создавать математические модели механических систем, свободно применять прикладные методы классической механики и методы механики сплошных сред к их расчету и исследованию (ПК-16);

- способность обладать цельным представлением о современном состоянии и достижениях рациональной механики, основных математических и физических наук (ПК-17).

В результате изучения данной дисциплины аспирант должен **знать** основные уравнения и методы решения задач нестационарной динамики сплошных сред; **уметь** свободно оперировать теоретическими положениями дисциплины, формализовать вербально поставленные задачи, использовать математические методы, правильно интерпретировать результаты расчетов и формулировать физические следствия решений прикладных задач; **владеть** математическим аппаратом теории обобщенных функций для правильной постановки и решения классических задач прикладного значения в области нестационарных упругих волн.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Нестационарные упругие волны» осваивается во втором семестре первого курса. Приводимая ниже таблица показывает распределение бюджета учебного времени, отводимого на освоение основных разделов курса согласно учебному плану. Общая трудоемкость дисциплины составляет 1 з.е. (36 часов).

##### 4.1. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоемкость	
	ач/нед	ач/сем
Лекции	-	-
Лабораторные занятия	-	-
Практические занятия, семинары	2	27
в том числе аудиторные занятия в интерактивной форме	2	27
Самостоятельная работа	0,65	9
в том числе творческая проблемно-ориентированная самостоятельная работа	0,65	9
Экзамены (подготовка, сдача)	-	-
Общая трудоемкость освоения дисциплины	в академических часах в зачетных единицах	
		36 1

##### 4.2. Разделы дисциплины и виды учебной работы

Наименование разделов и тем:	Всего учебных занятий (в академических часах)	
	Практические занятия	Самостоятельная работа
1	2	3
Тема 1. Метод характеристик для гиперболических уравнений	1	0,25
Тема 2. Начальные сведения об обобщенных функциях	1	0,25
Тема 3. Фундаментальное решение и обобщенная задача Коши для линейного обыкновенного дифференциального уравнения	1	0,25

Тема 4. Фундаментальное решение одномерного волнового уравнения	1	0,25
Тема 5. Фундаментальное решение уравнения Лапласа в $R_3$	1	0,25
Тема 6. Фундаментальное решение волнового уравнения в $R_3$	1	0,25
Тема 7. Фундаментальное решение волнового уравнения в $R_2$	1	0,25
Тема 8. Фундаментальное решение волнового уравнения в $R_1$	1	0,25
Тема 9. Уравнения линейной изотропной эластодинамики (Ламэ, Навье-Стокса)	1	0,5
Тема 10. Фундаментальное решение уравнения Ламе	1	0,5
Тема 11. Гармонические плоские P & S волны	1	0,5
Тема 12. Отражение плоской гармонической P-волны от свободной границы полупространства	1	0,5
Тема 13. Отражение плоской гармонической SV - волны от свободной границы полупространства	1	0,5
Тема 14. Закон Снеллиуса	1	0,5
Тема 15. Отражение плоской гармонической SH-волны от свободной границы полупространства	1	0,5
Тема 16. Поверхностная волна Рэлея. Дисперсионное уравнение Рэлея		0,5
Тема 17. Волна Лава в слое	1	0,5
Тема 18. Сферические волны в упругой среде	2	0,5
Тема 19. Цилиндрические волны в упругой среде	2	0,5
Тема 20. Задача Лэмба	2	0,5
Тема 21. Вертикальные колебания плоского круглого в плане штампа, лежащего на поверхности упругого полупространства	2	0,5
Тема 22. Вертикальные колебания плоского круглого в плане штампа, движущегося с постоянной дорэлеевской скоростью по поверхности упругого полупространства	2	0,5
<b>Итого по видам учебной работы, а. ч.</b>	<b>27</b>	<b>9</b>
<b>Итого по видам учебной работы, з. ед.</b>	<b>0,75</b>	<b>0,25</b>
<b>Общая трудоемкость освоения, а. ч./з. ед.</b>	<b>36 а. ч./1 з. ед.</b>	
<i>Вид контроля: зачет</i>		

#### 4.3. Краткое содержание разделов и тем

№ раздела	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)
1	Метод характеристик для гиперболических уравнений	Линейное уравнение первого порядка. Система N линейных уравнений первого порядка. Система N квазилинейных уравнений первого порядка. Одномерное волновое уравнение. Характеристики. Растяжение конечного стержня нестационарными нагрузками, приложенными на его концах. Кинематическое нагружение. Силовое нагружение. Перемещения. Парадокс исчезновения волнового процесса (Е.Е. Павловская, Ю.В. Петров, 2002).
2	Начальные сведения об обобщенных функциях	Интеграл Лебега: множества меры нуль. Интеграл Лебега: измеримые функции и множества. Интеграл Лебега от неотрицательной функции по $R^n$ . Интеграл Лебега от вещественной функции по $R^n$ . Интеграл Лебега от комплекснозначной функции. Интеграл по

		<p>измеримому множеству. Связь с интегралом Римана. Теорема Лебега. Локально интегрируемые функции. Теорема Фубини. Обобщенные функции. <math>\delta</math>-функция Дирака: наивное представление. <math>\delta</math>-функция: определение. Основные и обобщенные функции: определение. Основные и обобщенные функции: свойства. Сходимость в <math>D'</math> и полнота <math>D'</math>. Носитель основной функции. Нулевое множество обобщенной функции. Носитель обобщенной функции. Регулярные обобщенные функции. Сингулярные обобщенные функции. Линейная замена переменной в обобщенных функциях. Умножение обобщенных функций. Дифференцирование обобщенных функций из <math>D'(R^1)</math>. Дифференцирование функции, имеющей разрыв 1 рода. Свойства <math>\delta'(t)</math>. Дифференцирование обобщенных функций из <math>D'(R^n)</math>. Свойства обобщенных производных. <math>\delta^{(n)}(f(t))</math>. Задачи. Структура обобщенных функций. Дифференцирование произведения обобщенной функции на бесконечно дифференцируемую. Формулы Сохоцкого. Прямое произведение обобщенных функций. Свойства прямого произведения обобщенных функций. Пример. Свертка регулярных обобщенных функций. Свертка обобщенных функций: определение. Свертка с <math>\delta</math>. Свойства свертки. Достаточные условия существования свертки обобщенных функций.</p>
3	Фундаментальное решение и обобщенная задача Коши для линейного обыкновенного дифференциального уравнения	<p>Обобщенное решение линейных ODE/PDE с постоянными коэффициентами. Первообразная обобщенной функций из <math>D'(R^1)</math>. Фундаментальное решение линейного ODE с постоянными коэффициентами. Обобщенная задача Коши для линейного ODE 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Обобщенное решение неоднородного линейного ODE с постоянными коэффициентами. Задача Коши для линейного ODE 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Интеграл Дюамеля. Задача Коши для линейного ODE с постоянными коэффициентами.</p>
4	Фундаментальное решение одномерного волнового уравнения	Фундаментальное решение одномерного волнового уравнения
5	Фундаментальное решение уравнения Лапласа в $R_3$	Фундаментальное решение уравнения Лапласа в $R_3$
6	Фундаментальное решение волнового уравнения в $R_3$	Фундаментальное решение волнового уравнения в $R_3$
7	Фундаментальное решение волнового уравнения в $R_2$	Фундаментальное решение волнового уравнения в $R_2$
8	Фундаментальное решение волнового уравнения в $R_1$	Фундаментальное решение волнового уравнения в $R_1$
9	Уравнения линейной изотропной эластодинамики (Ламэ, Навье-Стокса)	Уравнения линейной изотропной эластодинамики (Ламэ, Навье-Стокса). Плоские волны. Плоские P & S волны. Потенциалы (P-волны). Потенциалы (S-волны). Потенциалы: уравнения с объемными силами.
10	Фундаментальное решение уравнения Ламе.	Тензор Стокса. Центр расширения. Центр вращения. Гармонические по времени решения. Гармонические плоские волны.
11	Гармонические плоские P & S волны.	Потенциалы в гармоническом случае. Двумерные

		движения.
12	Отражение плоской гармонической Р-волны от свободной границы полу пространства.	Отражение плоской гармонической Р-волны от свободной границы полупространства.
13	Отражение плоской гармонической SV - волны от свободной границы полупространства.	Полное внутреннее отражение плоской гармонической SV-волны. Отражение плоских гармонических Р-SV-волн от свободной границы полупространства. Отражение плоской негармонической SV-волны. Случай полного внутреннего отражения.
14	Закон Снеллиуса	Закон Снеллиуса для Р-волн, для SV-волн
15	Отражение плоской гармонической SH-волны от свободной границы полупространства	Отражение плоской гармонической SH-волны от свободной границы полупространства
16	Поверхностная волна Рэлея.	Дисперсионное уравнение Рэлея. Поверхностная волна Рэлея: перемещения.
17	Волна Лава в слое	Волна Лава в слое
18	Сферические волны в упругой среде	Отражение сферической волны от центра симметрии.
19	Цилиндрические волны в упругой среде	Цилиндрические волны в упругой среде
20	Задача Лэмба	Аналитическое выражение для вертикального смещения на поверхности в трехмерной задаче
21	Вертикальные колебания плоского круглого в плане штампа, лежащего на поверхности упругого полупространства	Постановка задачи. Гармонический случай: осциллирующая точечная нагрузка на поверхности упругого полупространства. Контактная задача. Нулевое приближение. Асимптотическое решение интегрального уравнения в первом приближении.
22	Вертикальные колебания плоского круглого в плане штампа, движущегося с постоянной дорэлеевской скоростью по поверхности упругого полупространства	Вертикальные колебания плоского круглого в плане штампа, движущегося с постоянной дорэлеевской скоростью по поверхности упругого полупространства

#### 4.4. Самостоятельная работа аспиранта

Самостоятельная работа аспирантов направлена на закрепление и углубление освоения учебного материала, и развитие практических умений. Традиционная самостоятельная работа аспирантов включает такие виды самостоятельной работы, как

- работа с лекционным материалом и рекомендованной учебной литературой;
- выполнение домашних заданий.

Творческая проблемно-ориентированная самостоятельная работа аспирантов направлена на развитие комплекса интеллектуальных универсальных (общекультурных) и профессиональных умений, повышение творческого потенциала аспирантов.

Примерное распределение времени самостоятельной работы аспирантов

Вид самостоятельной работы	Примерная трудоемкость, а.ч.
<b>Текущая самостоятельная работа аспирантов (СР)</b>	
Работа с лекционным материалом, с учебной литературой	5
<b>Итого текущей СР:</b>	5
<b>Творческая проблемно-ориентированная СР</b>	
Творческая проблемно-ориентированная СР:	4



<b>Итого творческой СР:</b>	<b>4</b>
<b>Общая трудоемкость СР</b>	<b>9</b>

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В преподавании дисциплины используются преимущественно традиционные образовательные технологии:

- практические занятия с решением тестовых расчетных заданий;
- самостоятельная работа с рекомендованной учебной и научной литературой.

## 6. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Не предусмотрен.

## 7. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Программой предусмотрено углубленное рассмотрение основных теоретических положений дисциплины, а также решение задач общей аудиторной трудоемкостью 36 часов.

Темы практических занятий:

Темы практических занятий	
1	Метод характеристик для гиперболических уравнений
2	Начальные сведения об обобщенных функциях
3	Фундаментальное решение и обобщенная задача Коши для линейного обыкновенного дифференциального уравнения
4	Фундаментальное решение одномерного волнового уравнения
5	Фундаментальное решение уравнения Лапласа в $R_3$
6	Фундаментальное решение волнового уравнения в $R_3$
7	Фундаментальное решение волнового уравнения в $R_2$
8	Фундаментальное решение волнового уравнения в $R_1$
9	Уравнения линейной изотропной эластодинамики (Ламэ, Навье-Стокса)
10	Фундаментальное решение уравнения Ламе
11	Гармонические плоские P & S волны
12	Отражение плоской гармонической P-волны от свободной границы полупространства
13	Отражение плоской гармонической SV - волны от свободной границы полупространства
14	Закон Снеллиуса
15	Отражение плоской гармонической SH-волны от свободной границы полупространства
16	Поверхностная волна Рэлея
17	Волна Лава в слое
18	Сферические волны в упругой среде
19	Цилиндрические волны в упругой среде
20	Задача Лэмба
21	Вертикальные колебания плоского круглого в плане штампа, лежащего на поверхности упругого полупространства
22	Вертикальные колебания плоского круглого в плане штампа, движущегося с постоянной дорэлеевской скоростью по поверхности упругого полупространства

## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 8.1. Рекомендуемая литература

## Основная литература

№	Автор, название, место издания, издательство, год (годы) издания	Год изд.
1.	Уравнения математической физики / [С. К. Годунов] — М. Наука, 1979	1979
2.	Обобщенные функции и действия над ними / [И.М. Гельфанд, Г.Е. Шиллов] — М., Гос. изд. физ.-мат. лит., 1959.	1959
3.	Уравнения математической физики / [В.С. Владимиров] - М., Наука, 1981.	1981
4.	Упругие волны. Высокочастотная теория / [В.М. Бабич, А.П. Киселев] – СПб, БХВ-Петербург, 2014.	2014
5.	Нестационарные упругие волны / Л.И. Слепян. – Л., Судостроение, 1972.	1972

## Дополнительная литература

1. О некоторых особенностях решения динамических задач теории упругости / Е.Е. Павловская, Ю.В. Петров. – Известия РАН, МТТ, № 4, 2002, с. 39-45.
2. Обобщенные функции в математической физике / В.С. Владимиров. – М., Наука, 1976.
3. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – М., Наука, 1976.
4. Elastodynamics. Vol. 2. Linear theory / A.C. Eringen, E.S. Suhubi. – Academic Press, 1975.
5. Wave propagation in elastic solids / J.D. Achenbach. – North Holland, 1975.
6. Sopra una classe di integrali dell'equazione  $A^2 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}$  / T. Levi-Civita. – II Nuovo Cimento. July 1897, Volume 6, Issue 1, pp. 204 – 209.
7. On Wave-Propagation in Two Dimensions / H. Lamb. – Proc. London Math. Soc., 1902, Vol. 35(1), pp. 141-161.
8. On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid / H. Lamb. – Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A. 1904, Vol. 203, P. 1-42.
9. Двумерная задача Лэмба. Метод Каньяра / Д.В. Перегудов. – Вычислительная сейсмология, 2000, No 31, с. 120 – 137.
10. Elementary solutions to Lamb's problem for a point source and their relevance to three-dimensional studies of spontaneous crack propagation / P.G. Richards. – Bull. Seism. Soc. Am., 1979, Vol. 69, no. 3, p. 947-956.
11. Transient behavior of a few dyes on an elastic half-space / N.A. Lavrov, E.E. Pavlovskaya, - Acta Mechanica, 2000, Vol. 144, p. 185 – 195.
12. Oscillation of a punch moving on the free surface of an elastic half space / S.N. Gavrillov, G.C. Herman, – Journal of Elasticity, 2004. Vol. 75, no. 3, p. 247-265.

## 8.2. Технические средства обеспечения дисциплины

Программное обеспечение персональных компьютеров; информационное, программное и аппаратное обеспечение локальной компьютерной сети; информационное

и программное обеспечение глобальной сети Интернет. Лицензионное программное обеспечение для решения задач теории нестационарных волн.

## 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В ИПМаш РАН имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

Перечень материально-технического обеспечения включает в себя персональные компьютеры, оснащенные лицензионным ПО для осуществления учебной работы. Все компьютеры имеют возможность выхода в Интернет и доступ к электронным библиотечным системам (ЭБС). Лекционные аудитории оснащены мультимедийным и проекционным оборудованием, необходимым для демонстрации презентационных материалов.

## 10. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 10.1 Критерии оценивания

Оценка качества освоения дисциплины определяется зачетом по основным разделам дисциплины. Текущий контроль успеваемости, то есть проверка усвоения учебного материала, регулярно осуществляется на протяжении семестра.

### 10.2. Оценочные средства

Перечень примерных заданий для оценки освоения дисциплины:

1. Найти решение ОДУ  $\ddot{u} + \omega^2 u = \delta(t) - \delta'(t)$ , такое что  $u \equiv 0$  при  $t < 0$ . Здесь  $\delta$  - дельта-функция Дирака.
2. Упростить выражение  $\sin t \cdot \delta(\sin(\pi/4 - t/2))$ .
3. На интервале  $x \in [-L, L]$  для всех  $t > 0$  найти решение уравнения  $u'' - \ddot{u} = 0$ , удовлетворяющее нулевым начальным условиям и краевым условиям  $u(\pm L, t) = \pm vt$  (растяжение стержня с кинематическим нагружением).
4. На интервале  $x \in [-L, L]$  для всех  $t > 0$  найти решение уравнения  $u'' - \ddot{u} = 0$ , удовлетворяющее нулевым начальным условиям и краевым условиям  $u'(\pm L, t) = v$  (растяжение стержня силовым нагружением).
5. Для  $x \in (-\infty, \infty)$  найти решение уравнения  $u'' - \ddot{u} = -PH(t)\delta(x - vt)$ , удовлетворяющее нулевым начальным условиям. Здесь  $|v| > 1$ ,  $H(t)$  - функция Хевисайда.

6. Для  $x \in \mathbb{R}^3$  задано неоднородное волновое уравнение  $\Delta u - c^{-2}\ddot{u} = \delta(x_1)\delta(x_2)H(1-|x_3|)\delta(t)$  и нулевые начальные условия. На плоскости  $x_3 = 0$  найти выражение для решения задачи.

7. Вычислить решение неоднородного волнового уравнения в  $\mathbb{R}^2$   $\Delta u - c^{-2}\ddot{u} = \delta(x_1)\delta(x_2)H(t)$ , удовлетворяющее нулевым начальным условиям.

8. Для  $x \in \mathbb{R}^3$  задано однородное волновое уравнение  $\Delta u - c^{-2}\ddot{u} = 0$ . Рассматривается частное решение, которое при  $t < 0$  имеет вид сходящейся сферической волны:  

$$u = \frac{H(t + |x|/c)}{|x|}$$
. Найти аналитическое выражение решения при  $t > 0$ .

9. Пусть известно  $G(x, t)$  - решение трехмерной задачи Лэмба. Именно, функция  $G$  удовлетворяет уравнениям Ламе в полупространстве  $x_2 \geq 0$ , нулевым начальным условиям, а также граничным условиям на свободной поверхности полупространства  $-e_2 \cdot T|_{x_2=0} = H(t)\delta(x_1)\delta(x_3)e_2$ , (1)

где  $T$  - тензор напряжений, вычисленный по полю перемещений  $G$ . Выписать в виде однократного интеграла свертки решение аналогичной задачи о точечной внезапно возникающей подвижной поверхностной нагрузке, в которой вместо граничного условия (1) задано условие

$$-e_2 \cdot T|_{x_2=0} = f(t)\delta(x_1 - l_1(t))\delta(x_3 - l_3(t))e_2, \quad (2)$$

где  $f \equiv 0$  при  $t < 0$ .

10. Представить векторное поле  $F(x, t) = f(t)\delta(x - x_0)n$ ,  $x \in \mathbb{R}^3$ ,  $n = \text{const}$ ,  $x_0 = \text{const}$  в виде  $F(x, t) = \nabla\Phi(x, t) + \nabla \times \Psi(x, t)$ .

## 11. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Рекомендуется основной объем базовых знаний преподнести на практических занятиях, а указанную литературу использовать для закрепления и расширения полученных знаний.

Также рекомендуется больше уделять внимания самостоятельной работе слушателей, в частности выполнению ими домашних расчётных заданий с тем, чтобы, ознакомившись на практических занятиях с методами решения подобных задач, они имели возможность закрепить практические навыки, работая в удобном режиме времени, пользуясь консультациями преподавателя на дальнейших практических занятиях по соответствующим темам.